PROBABILIDADE

MÓDULO 7 | PROBABILIDADE

mundo matemática

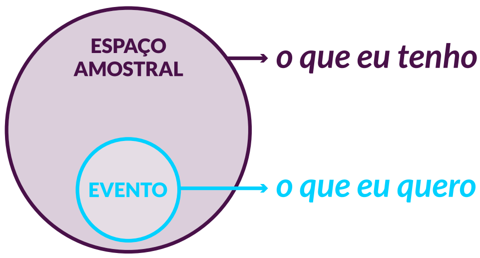
mundo matemática

PROBABILIDADE

Há certos fenômenos (ou experimentos) que, embora sejam repetidos muitas vezes e sob condições idênticas, não apresentam os mesmos resultados. Por exemplo, no lançamento de uma moeda perfeita, o resultado é imprevisível; não se pode determiná-lo antes de ser realizado. Não sabemos se sairá cara ou coroa. Aos fenômenos desse tipo damos o nome de **fenômenos aleatórios** ou **casuais**.

ESPAÇO AMOSTRAL E EVENTO

Em um experimento aleatório, o conjunto formado por todos os resultados possíveis é chamado de **espaço amostral (E)**. Qualquer subconjunto do espaço amostral é chamado de **evento**.



CÁLCULO DE PROBABILIDADE

A probabilidade de um evento A, denotada por P(A), é um número de 0 a 1 que indica a chance de ocorrência do evento A. Quanto mais próxima de 1 é P(A), maior é a chance de ocorrência do evento A, e quanto mais próxima de zero, menor é a chance de ocorrência do evento A. A um evento impossível atribui-se probabilidade zero, enquanto que um evento certo tem probabilidade 1.

Calculamos esse número através de:

$$P(A) = \frac{\text{QUERO}}{\text{TENHO}} = \frac{n(A)}{n(E)}$$

TEORIA DA SOMA E MULTIPLICAÇÃO DE PROBABILIDADES

Aos problemas que pedem a probabilidade de ocorrer um evento A **e** um evento B, aplicamos o **teorema da multiplicação** de probabilidades, pois o conectivo **"e"** indica a intersecção dos eventos.

Aos problemas que pedem a probabilidade de ocorrer um evento A **ou** um evento B, aplicamos o **teorema da adição de probabilidades**, pois o conectivo **"ou"** indica a união dos dois eventos.

EVENTOS MUTUAMENTE EXCLUSIVOS

Dois eventos, A e B, são mutuamente exclusivos se, e somente se:

$$A \cap B = \{\ \}$$

Se dois eventos, A e B, forem mutuamente exclusivos, então a probabilidade de ocorrer o evento A ou o evento B é:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Se dois eventos, A e B, NÃO forem mutuamente exclusivos, então a probabilidade de ocorrer o evento A ou o evento B é:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

EVENTOS COMPLEMENTARES

Chamamos de evento complementar de A, que se indica por $\overline{A}$, o evento formado pelos elementos que pertencem ao espaço amostral e não pertencem ao evento.

A probabilidade de um evento complementar é calculada da seguinte maneira:

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}) \rightarrow \text{P (quero)} = 100\% - \text{P (não quero)}$$

EXERCÍCIOS

MÓDULO 7 | PROBABILIDADE

01. (ENEM/2011) Todo o país passa pela primeira fase de campanha de vacinação contra a gripe suína (H1N1). Segundo um médico infectologista do Instituto Emílio Ribas, de São Paulo, a imunização "deve mudar", no país, a história da epidemia. Com a vacina, de acordo com ele, o Brasil tem chance de barrar uma tendência do crescimento da doença, que já matou 17 mil no mundo. A tabela apresenta dados específicos de um único posto de vacinação.

Campanha de vacinação contra a gripe suína

Datas da vacinação	Público-alvo	Quantidade de pessoas vacinadas
8 a 19 de março	Trabalhadores da saúde e indígenas	42
22 de março a 2 de abril	Portadores de doenças crônicas	22
5 a 23 de abril	Adultos saudáveis entre 20 e 29 anos	56
24 de abril a 7 de maio	População com mais de 60 anos	30
10 a 21 de maio	Adultos saudáveis entre 30 e 39 anos	50

Escolhendo-se aleatoriamente uma pessoa atendida nesse posto de vacinação, a probabilidade de ela ser portadora da doença crônica é

a) 8%

b) 9%

c) 11%

d) 12%

e) 22%

02. (ENEM/2009/PROVA ANULADA) Um casal decidiu que vai ter 3 filhos. Contudo, quer exatamente 2 filhos homens e decidiu que, se a probabilidade fosse inferior a 50%, iria, procurar um clínica para fazer um tratamento específico para garantir que teria os dois filhos homens. Após os cálculos, o casal concluiu que a probabilidade de ter exatamente 2 filhos homens é

a) 66,7%, assim ele não precisará fazer um tratamento.

b) 50%, assim ele não precisará fazer um tratamento.

c) 7,5%, assim ele não precisará fazer um tratamento.

d) 25%, assim ele precisará procurar uma clínica para fazer um tratamento.

e) 37,5%, assim ele precisará procurar uma clínica para fazer um tratamento.

03. (ENEM/2009/PROVA ANULADA) Dados do Instituto de Pesquisas Econômicas Aplicadas (IPEA) revelaram que no biênio 2004/2005, nas rodovias federais, os atropelamentos com morte ocuparam o segundo lugar no ranking de mortalidade por acidente. A cada 34 atropelamentos, ocorreram 10 mortes. Cerca de 4 mil atropelamentos/ano, um a cada duas horas, aproximadamente.

Disponível em: http://www.ipea.gov.br. Acesso em: 6 jan. 2009.

De acordo com os dados, se for escolhido aleatoriamente para investigação mais detalhada um dos atropelamentos ocorridos no biênio 2004/2005, a probabilidade de ter sido um atropelamento sem morte é:

a) 2/17

b) 5/17

c) 2/5

d) 3/5

e) 12/17

04. (ENEM/2011) Em um jogo disputado em uma mesa de sinuca, há 16 bolas: 1 branca e 15 coloridas, as quais, de acordo com a coloração, valem de 1 a 15 pontos (um valor para cada bola colorida). O jogador acerta o taco na bola branca de forma que esta acerte as outras, com o objetivo de acertar duas das quinze bolas em quaisquer caçapas. Os valores dessas duas bolas são somados e devem resultar em um valor escolhido pelo jogador antes do início da jogada. Arthur, Bernardo e Caio escolhem os números 12, 17 e 22 como sendo resultados de suas respectivas somas.

Com essa escolha, quem tem a maior probabilidade de ganhar o jogo é

a) Arthur, pois a soma que escolheu é a menor.

b) Bernardo, pois há 7 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 4 possibilidades para a escolha de Arthur e 4 possibilidades para a escolha de Caio.

c) Bernardo, pois há 7 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 5 possibilidades para a escolha de Arthur e 4 possibilidades para a escolha de Caio.

d) Caio, pois há 10 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 5 possibilidades para a escolha de Arthur e 8 possibilidades para a escolha de Bernardo.

e) Caio, pois a soma que escolheu é a maior.

05. (ENEM/2015) Uma competição esportiva envolveu 20 equipes com 10 atletas cada. Uma denúncia à organização dizia que um dos atletas havia utilizado substância proibida. Os organizadores, então, decidiram fazer um exame antidoping. Foram propostos três modos diferentes para escolher os atletas que irão realizá-lo:

Modo I: sortear três atletas dentre todos os participantes;

Modo II: sortear primeiro uma das equipes e, desta, sortear três atletas;

Modo III: sortear primeiro três equipes e, então, sortear um atleta de cada uma dessas três equipes.

Considere que todos os atletas têm igual probabilidade de serem sorteados e que P(I), P(II) e P(III) sejam as probabilidades de o atleta que utilizou a substância proibida seja um dos escolhidos para o exame no caso do sorteio ser feito pelo modo I, II ou III. Comparando-se essas probabilidades, obtém-se

a) $P(I) < P(III) < P(II)$

b) $P(II) < P(I) < P(III)$

c) $P(I) < P(II) = P(III)$

d) $P(I) = P(II) < P(III)$

e) $P(I) = P(II) = P(III)$

06. (ENEM/2013) Considere o seguinte jogo de apostas: Numa cartela com 60 números disponíveis, um apostador escolhe de 6 a 10 números. Dentre os números disponíveis, serão sorteados apenas 6. O apostador será premiado caso os 6 números sorteados estejam entre os números escolhidos por ele numa mesma cartela. O quadro apresenta o preço de cada cartela, de acordo com a quantidade de números escolhidos.

Quantidade de números escolhidos em uma cartela	Preço da cartela (R$)
6	2,00
7	12,00
8	40,00
9	125,00
10	250,00

Cinco apostadores, cada um com R$ 500,00 para apostar, fizeram as seguintes opções:

Arthur: 250 cartelas com 6 números escolhidos; Bruno: 41 cartelas com 7 números escolhidos e 4 cartelas com 6 números escolhidos; Caio: 12 cartelas com 8 números escolhidos e 10 cartelas com 6 números escolhidos; 1 Douglas: 4 cartelas com 9 números escolhidos; Eduardo: 2 cartelas com 10 números escolhidos. Os dois apostadores com maiores probabilidades de serem premiados são

a) Caio e Eduardo

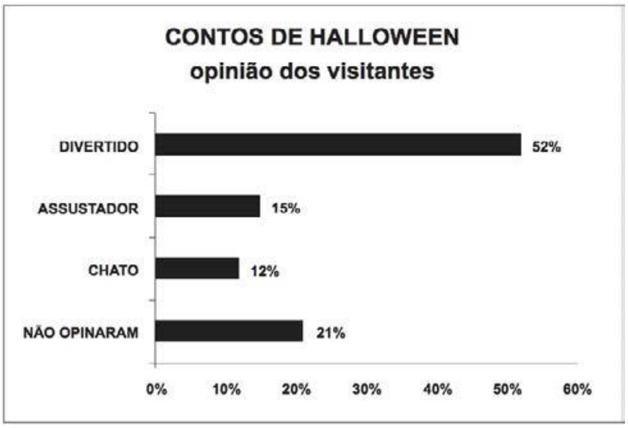
b) Arthur e Eduardo

c) Bruno e Caio.

d) Arthur e Bruno.

e) Douglas e Eduardo

07. (ENEM/2012) Em um blog de variedades, músicas, mantras e informações diversas, foram postados “Contos de Halloween”. Após a leitura, os visitantes poderiam opinar, assinalando suas reações em: Divertido”, “Assustador” ou “Chato”. Ao final de uma semana, o blog registrou que 500 visitantes distintos acessaram esta postagem. O gráfico apresenta o resultado da enquete. O administrador do blog irá sortear um livro entre os visitantes que opinaram na postagem “Contos de Halloween”.



Sabendo que nenhum visitante votou mais de uma vez, a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso entre as que opinaram ter assinalado que o conto “Contos de Halloween” é “Chato” é mais aproximada por

a) 0,09.

b) 0,12.

c) 0,14.

d) 0,15.

e) 0,18.

08. (ENEM/2011) Rafael mora no centro de uma cidade e decidiu se mudar, por recomendações médicas, para uma das regiões: Rural, Comercial, Residencial Urbano ou Residencial Suburbano. A principal recomendação médica foi com as temperaturas das “ilhas de calor” da região, que deveriam ser inferiores a 31°C. Tais temperaturas são apresentadas no gráfico.

Escolhendo aleatoriamente, uma das outras regiões para morar, a probabilidade de ele escolher uma região que seja adequada às recomendações médicas é

a) 1/5

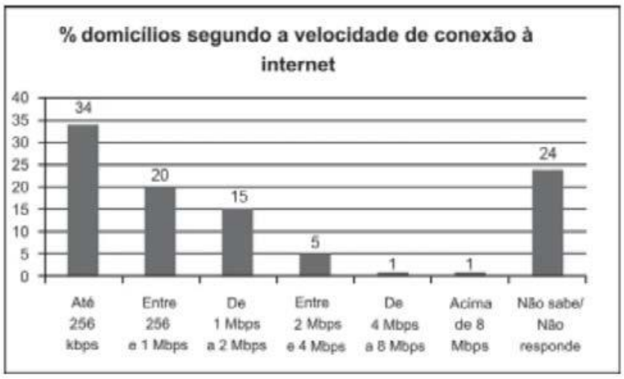
b) 1/4

c) 2/5

d) 3/5

e) 3/4

09. (ENEM/2011) O gráfico mostra a velocidade de conexão à internet utilizada em domicílios no Brasil. Esses dados são resultado da mais recente pesquisa, de 2009, realizada pelo Comitê Gestor da Internet (CGI).



Escolhendo-se, aleatoriamente, um domicílio pesquisado, qual a chance de haver banda larga de conexão de pelo menos 1 Mbps neste domicílio?

a) 0,45
b) 0,42
c) 0,30
d) 0,22
e) 0,15

10. (ENEM/2012) José, Paulo e Antônio estão jogando dados não viciados, nos quais, em cada uma das seis faces, há um número de 1 a 6. Cada um deles jogará dois dados simultaneamente. José acredita que, após jogar seus dados, os números das faces voltadas para cima lhe darão uma soma igual a 7. Já Paulo acredita que sua soma será igual a 4 e Antônio acredita que sua soma será igual a 8.

Com essa escolha, quem tem a maior probabilidade de acertar sua respectiva soma é

a) Antônio, já que sua soma é a maior de todas as escolhidas.

b) José e Antônio, já que há 6 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 4 possibilidades para a escolha de Paulo.

c) José e Antônio, já que há 3 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 2 possibilidades para a escolha de Paulo.

d) José, já que há 6 possibilidades para formar sua soma, 5 possibilidades para formar a soma de Antônio e apenas 3 possibilidades para formar a soma de Paulo.

e) Paulo, já que sua soma é a menor de todas.

11. (ENEM/2010) A figura I abaixo mostra um esquema das principais vias que interligam a cidade A com a cidade B. Cada número indicado na figura II representa a probabilidade de pegar um engarrafamento quando se passa na via indicada. Assim, há uma probabilidade de 30% de se pegar engarrafamento no deslocamento do ponto C ao ponto B, passando pela estrada E4, e de 50%, quando se passa por E3. Essas probabilidades são independentes umas das outras.

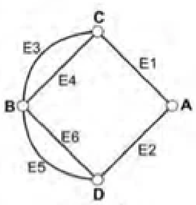


Figura I

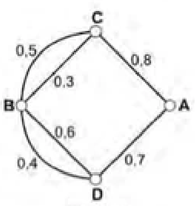


Figura II

Paula deseja se deslocar da cidade A para a cidade B usando exatamente duas das vias indicadas, percorrendo um trajeto com a menor probabilidade de engarrafamento possível.

O melhor trajeto para Paula é

a) E1E3.

b) E1E4.

c) E2E4.

d) E2E5.

e) E2E6.

12. (ENEM/2009) A população brasileira sabe, pelo menos intuitivamente, que a probabilidade de acertar as seis dezenas da mega sena não é zero, mas é quase. Mesmo assim, milhões de pessoas são atraídas por essa loteria, especialmente quando o prêmio se acumula em valores altos. Até junho de 2009, cada aposta de seis dezenas, pertencentes ao conjunto {01, 02, 03, ..., 59, 60}, custava R$ 1,50.

Disponível em: www.caixa.gov.br. Acesso em: 7 jul. 2009.

Considere que uma pessoa decida apostar exatamente R$ 126,00 e que esteja mais interessada em acertar apenas cinco das seis dezenas da mega sena, justamente pela dificuldade desta última. Nesse caso, é melhor que essa pessoa faça 84 apostas de seis dezenas diferentes, que não tenham cinco números em comum, do que uma única aposta com nove dezenas, porque a probabilidade de acertar a quina no segundo caso em relação ao primeiro é, aproximadamente,

a) $1\frac{1}{2}$ vez menor

b) $2\frac{1}{2}$ vezes menor

c) 4 vezes menor

d) 9 vezes menor

e) 14 vezes menor

13. (ENEM/2013) Uma fábrica de parafusos possui duas máquinas, I e II, para a produção de certo tipo de parafuso. Em setembro, a máquina I produziu 54/100 do total de parafusos produzidos pela fábrica. Dos parafusos produzidos por essa máquina, 25/1000 eram defeituosos. Por sua vez, 38/1000 dos parafusos produzidos no mesmo mês pela máquina II eram defeituosos. O desempenho conjunto das duas máquinas é classificado conforme o quadro, em que P indica a probabilidade de um parafuso escolhido ao acaso ser defeituoso.

$0 \leq P < \frac{2}{100}$	Excelente
$\frac{2}{100} \leq P < \frac{4}{100}$	Bom
$\frac{4}{100} \leq P < \frac{6}{100}$	Regular
$\frac{6}{100} \leq P < \frac{8}{100}$	Ruim
$\frac{8}{100} \leq P < 1$	Péssimo

O desempenho conjunto dessas máquinas, em setembro, pode ser classificado como

a) Excelente

b) Bom

c) Regular

d) Ruim

e) Péssimo

14. (ENEM/2012) Em um jogo há duas urnas com 10 bolas de mesmo tamanho em cada urna. A tabela a seguir indica as quantidades de bolas de cada cor em cada urna.

Cor	Urna 1	Urna 2
Amarela	4	0
Azul	3	1
Branca	2	2
Verde	1	3
Vermelha	0	4

Uma jogada consiste em:

1º) o jogador apresenta um palpite sobre a cor da bola que será retirada por ele da urna 2;

2º) ele retira, aleatoriamente, uma bola da urna 1 e a coloca na urna 2, misturando-a com as que lá estão;

3º) em seguida ele retira, também aleatoriamente, uma bola da urna 2;

4º) se a cor da última bola retirada for a mesma do palpite inicial, ele ganha o jogo.

Qual cor deve ser escolhida pelo jogador para que ele tenha a maior probabilidade de ganhar?

a) Azul.

b) Amarela.

c) Branca.

d) Verde.

e) Vermelha.

15. (ENEM/2010-2) Em uma reserva florestal existem 263 espécies de peixes, 122 espécies de mamíferos, 93 espécies de répteis, 1 132 espécies de borboletas e 656 espécies de aves.

Disponível em: http:www.wwf.org.br. Acesso em: 23 abr. 2010 (adaptado).

Se uma espécie animal for capturada ao acaso, qual a probabilidade de ser uma borboleta?

a) 63,31%
b) 60,18%
c) 56,52%
d) 49,96%
e) 43,27%

16. (ENEM/2014) Para analisar o desempenho de um método diagnóstico, realizam-se estudos em populações contendo pacientes sadios e doentes. Quatro situações distintas podem acontecer nesse contexto de teste:

1) Paciente TEM a doença e o resultado do teste é POSITIVO.

2) Paciente TEM a doença e o resultado do teste é NEGATIVO.

3) Paciente NÃO TEM a doença e o resultado do teste é POSITIVO.

4) Paciente NÃO TEM a doença e o resultado do teste é NEGATIVO.

Um índice de desempenho para avaliação de um teste diagnóstico é a sensibilidade, definida como a probabilidade de o resultado do teste ser POSITIVO se o paciente estiver com a doença.

O quadro refere-se a um teste diagnóstico para a doença A, aplicado em uma amostra composta por duzentos indivíduos.

Resultado do teste	Doença A	
	Presente	Ausente
Positivo	95	15
Negativo	5	85

Conforme o quadro do teste proposto, a sensibilidade dele é de

a) 47,5%.

b) 85,0%.

c) 86,3%.

d) 94,4%.

e) 95,0%.

17. (ENEM/2015) Em uma escola, a probabilidade de um aluno compreender e falar inglês é de 30%. Três alunos dessa escola, que estão em fase final de seleção de intercâmbio, aguardam, em uma sala, serem chamados para uma entrevista. Mas, ao invés de chamá-los um a um, o entrevistador entra na sala e faz, oralmente, uma pergunta em inglês que pode ser respondida por qualquer um dos alunos. A probabilidade de o entrevistador ser entendido e ter sua pergunta oralmente respondida em inglês é

a) 23,7%

b) 30,0%

c) 44,1%

d) 65,7%

e) 90,0%

18. (UNISC/2016) Dentre um grupo formado por 2 Engenheiros e 4 Matemáticos, três pessoas são escolhidas ao acaso. A probabilidade de que sejam escolhidos um Engenheiro e dois Matemáticos é de

a) 25%

b) 35%

c) 39%

d) 50%

e) 60%

19. (UNIOESTE/2013) Um grupo de 8 pessoas deverá ser disposto, aleatoriamente, em duas equipes de 4 pessoas. Sabendo-se que João e José fazem parte deste grupo, a probabilidade de que eles fiquem na mesma equipe é

a) inferior a 0,3.

b) superior a 0,3 e inferior a 0,4.

c) igual a 0,4.

d) superior a 0,4 e inferior a 0,45.

e) superior a 0,45.

20. (UCS/2016) Numa cidade com 60.000 domicílios, 35.000 deles têm acesso à internet, 25.000 têm assinatura de TV a cabo, e um terço do número de domicílios não tem acesso a nenhum dos dois recursos. Qual é a probabilidade de um domicílio da cidade, escolhido ao acaso, ter acesso à internet e não ter assinatura de TV a cabo?

a) 1/4 b) 1/12 c) 7/12 d) 3/8 e) 7/8

21. (UNESP INV/2014) Em um condomínio residencial, há 120 casas e 230 terrenos sem edificações. Em um determinado mês, entre as casas, 20% dos proprietários associados a cada casa estão com as taxas de condomínio atrasadas, enquanto que, entre os proprietários associados a cada terreno, esse percentual é de 10%. De posse de todos os boletos individuais de cobrança das taxas em atraso do mês, o administrador do empreendimento escolhe um boleto ao acaso. A probabilidade de que o boleto escolhido seja de um proprietário de terreno sem edificação é de

a) 24/350

b) 24/47

c) 47/350

d) 23/350

e) 23/47

22. (ENEM PPL/2014) O número de frutos de uma determinada espécie de planta se distribui de acordo com as probabilidades apresentadas no quadro.

A probabilidade de que, em tal planta, existam, pelo menos, dois frutos é igual a

a) 3%

b) 7%

c) 13%

d) 16%

e) 20%

GABARITO: 1C; 2E; 3E; 4C; 5E; 6A; 7D; 8E; 9D; 10D; 11B; 12C; 13B; 14E; 15D; 16E; 17D; 18E; 19D; 20A; 21E; 22E.